Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД

«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

Інженерно-технічний факультет

Кафедра комп’ютерних систем та мереж

**Лабораторна робота №2**

**Перевірка систем функцій на ортогональність і нормованість**

Студента 4-го курсу

Комарницький В.М.

Ужгород – 2012

**МЕТА РОБОТИ**

Дослідити систему функцій на ортогональність. Зробити висновок про можливість нормування.

**ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ**

Одним з можливих шляхів аналізу складного сигналу є подання його через контрольовану суму елементарних сигналів. Одним з найпотужніших апаратів для такого подання є системи ортогональних функцій.

При введені систем ортогональних функцій виходять з того, щоб кожна функція системи була елементарним сигналом, і щоб складні сигнали можна було подати через цю суму якомога “компактніше” – зручніше.

Аналоговий випадок.

Розглянемо систему функцій, . Задану на інтервалі  ,  - номер функції в системі.

Система цих функцій називається **ортогональною**, якщо виконуються наступні умови:

 (1)

для будь-яких  при умові, що 

(тут \* - символ комплексного спряження).

 (2)

Якщо  , то система називається ортонормованою.

Тривіальним прикладом ортонормованої системи функцій є система декартових координат: кожна функція відображає свій напрям, а всі напрями – взаємоперпендикулярні.

Дискретний випадок.

Розглянемо суму дискретних функцій  , , де  - номер функції.

Система називається **ортогональною**, якщо :

 , коли  (3)

 (4)

Якщо  - то система ортонормована.

Очевидним є твердження, що будь-яку ортогональну систему можна нормувати, розглянувши систему, виду:

 (5)

**ЗАВДАННЯ**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Варіант**  **№** | **Інтервал**  **дослідження** | **Ф1** | | **Ф2** | |
| **7** | [0;pi] | (2/pi)\*t | [0;pi/2] | -17 | [0;pi/2] |
| -(2/pi)\*t+2 | [pi/2; pi] | 17 | [pi/2; pi] |

**1.Завдання**

Повний інтервал дослідження , а система функцій задана наступним чином:





**2.Аналітичне дослідження**

*Для перевірки системи функцій на ортогональність, слід підставити в умови (1) та (2) аналітичні формули опису функцій. Оскільки, задана система складається лише з двох функцій і вони обидві – дійсні (тобто спряжена функція дорівнює прямій), то маємо:*

 (умова 1);

 (умова 2)

*Перевіримо ці умови:*

*умова 1:*



*умова 2:*





*Оскільки, обидві умови ортогональності виконуються, як показано вище, то можна зробити висновок, що задана система функцій є ортогональною, але нормуючі множники не є одиничними, бо ; , тому система не є ортонормваною.*

**3.Текст програми**

|  |  |
| --- | --- |
| clear all | *%очистка пам’яті* |
| close all | *%закриття всіх графічних вікон* |
| clc | *%очистка екрану* |
| T=pi; | *%період* |
| N=2^4; | *%кількість точок* |
| dt=T/(N); | *%крок дискретизації* |
| t1=0:dt:T/2-dt; | *%вектор першого півперіоду часу* |
| t2=T/2:dt:T-dt; | *%вектор другого півперіоду часу* |
| t=[t1 t2]; | *%повний вектор часу* |
| f11=(2/pi)\*t1; | *%обрахунок першої половини значень першої %функцій* |
| f12=(-2/pi)\*t2+2; | *%обрахунок другої половини значень першої %функцій* |
| f1=[f11 f12]; | *%утворення першої функції, шляхом %об’єднання двох підфункцій* |
| f21=-17\*t1; | *%обрахунок першої половини значень другої %функцій* |
| f22=17\*t2; | *%обрахунок другої половини значень другої %функцій* |
| f2=[f21 f22]; | *%утворення другої функції, шляхом %об’єднання двох підфункцій* |
| plot(t,f1,'r',t,f2,'b') | *%вивід системи функцій на спільному графіку* |
| w=sum(f1.\*f2)  s1=sqrt(dt\*sum(f1.\*f1))  s2=sqrt(dt\*sum(f2.\*f2)) | *%перевірка умов ортогональності та %нормованості за формулами (3)-(4)* |
| f1\_new=f1./s1;  f2\_new=f2./s2; | *%нормування обох функцій за формулою (5)* |
| w\_new=sum(f1\_new .\* f2\_new )  s1\_new=sqrt(dt\*sum(f1\_new.\*f1\_new))  s2\_new=sqrt(dt\*sum(f2\_new.\*f2\_new)) | *%повторна перевірка умов ортонормованості* |
| figure(2) | *%створнення нового графічного вікна* |
| plot(t,f1\_new,'r',t,f2\_new,'b') | *%вивід нормованої системи функцій на %спільному графіку* |

Результати виконання приведеної програми:

w = 96.8003

s1 =1.0273

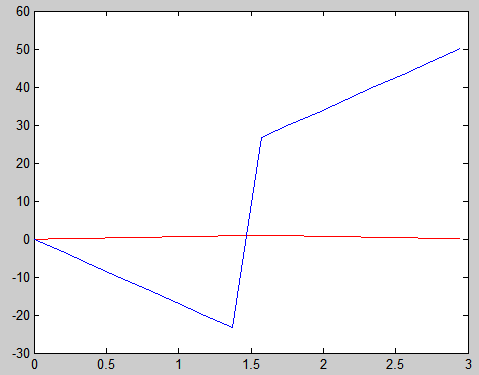
s2 =52.0840

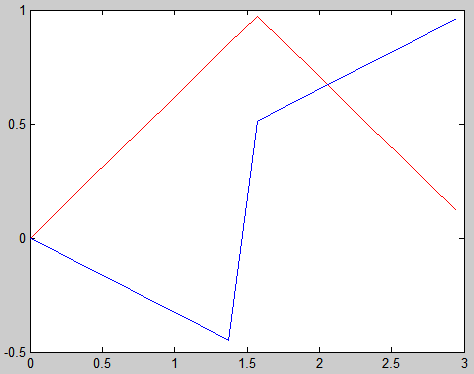
w\_new =1.8091

s1\_new =1

s2\_new =1

**4. Графік заданої системи функцій та графік ортонормованої системи функцій**





**Висновок**

Оскільки нормуючі множники, знайдені для неперервного випадку становлять, відповідно, ** та , а в дискретному випадку s1 = 1.0273 s2 = 52.084